PROBABILITA E STATISTICA.
UNA SFIDA CULTURALE NELLA SCUOLA DI OGGI

Un'esperienza, una proposta.

1. Un'esigenza culturale sollecita l'insegnante.

Nei programmi di matematica della scuola media del 1979 comparve per la prima volta un capitolo di "probabilità e statistica". All'insegnante si pose il problema di avvicinare o riavvicinare personalmente una conoscenza interessante ed adatta ai tempi, ma di cui non c'era esperienza didattica soprattutto per quanto riguardava la scuola dell'obbligo.
Ben presto divenne però evidente che si sarebbe potuto realizzare in tale ambito un lavoro importante per gli allievi. Esso sarebbe potuto divenire una forte occasione di "presa di coscienza" oltre che base propedeutica ad un'eventuale sistemazione rigorosa.
I ragazzi sono in un'età di continui cambiamenti di livello di concettualizzazione. Si può partire allora da un comportamento inconsciamente ragionevole e tendere a renderlo esplicito e razionale.

Osservando storicamente il problema possiamo facilmente notare che le diverse teorie che si sono succedute nel tempo, così come le loro recenti sistemazioni teoriche, non sono completamente fruibili nella scuola di base. La didattica del calcolo delle probabilità presenta un non facile approccio.
Di fronte a queste intrinseche difficoltà, noi insegnanti facciamo ricorso spesso ad alcuni semplici modelli fisici e statistici per il rilevamento delle informazioni. Tali modelli finiscono però col mascherare la più vasta gamma dei possibili aspetti da sviluppare. In tal modo la probabilità pare divenire una caratteristica dell'evento in atto e il soggetto che la valuta perde evidenza.

Le considerazioni precedenti ci hanno portato ad affrontare il problema con molta attenzione ed a riflettere su ciò che in classe si veniva realizzando anche attraverso le discussioni con gli allievi. Essi portavano le loro esperienze ed anche quello che erano in grado di percepire del mondo della comunicazione nel quale vivevano.
Sempre di più si veniva a dare spazio allo scambio di opinioni tendenti ad esplicitare le fonti di informazioni, il contenuto delle stesse e il modo di elaborarle.
Si è anche cercato di prendere coscienza di quali fossero gli errori più comuni che finivano per consolidare atteggiamenti di non razionalità.

Abbiamo sentito allora il bisogno di superare la tradizionale presentazione del concetto di probabilità fondato sulla concezione classica, che oggi è spesso chiamata "oggettiva", e di introdurre invece il concetto stesso secondo la moderna concezione "soggettiva" (1).
Questa scelta ha fondamenti classici. Citiamo per esempio il pensiero di John Stuart Mill (3):

"Dobbiamo ricordare che la probabilità di un evento non è una caratteristica dell'evento stesso, ma semplicemente ciò che esprime il grado di fiducia che noi abbiamo (o altri hanno) nel supporre che l’evento accadrà…. Un evento, in se stesso è certo, non probabile: se conoscessimo tutto, noi dovremmo sapere con sicurezza se un evento accadrà oppure no. La sua probabilità invece, ci dà il livello di aspettativa che noi poniamo nel suo verificarsi, cosa che ricaviamo prendendo in considerazione le conoscenze che oggi abbiamo a disposizione intorno all’evento stesso.” (2)

Ci pare infatti che una delle conseguenze della scelta didattica che parte dalla concezione classica sia proprio il fatto che l'alunno venga facilmente indotto a pensare che la probabilità sia una proprietà del singolo evento aleatorio (o dei sistema di eventi) che si considerava.
Agli allievi viene solitamente data la definizione classica di "probabilità di un evento" come "rapporto tra il numero di casi favorevoli ed il numero di casi possibili ", tralasciando inoltre, troppo spesso, la clausola essenziale, la quale impone che "i casi siano tutti *ugualmente possibili”.* Queste frasi (o altre analoghe) vengono corredate dalla descrizione dei pochi modelli fisici usuali che servono come supporto alla creazione di eventi aleatori artificiali: estrazione di palline da urne o da contenitori, a condizione che le palline siano indistinguibili tra loro al tatto, estrazione di carte da gioco da mazzi adeguatamente mescolati ecc.
Lo spettacolo della estrazione dei numeri del lotto pubblico, trasmesso dalla TV, con la liturgia tradizionale del bambino bendato e la pattuglia di persone che leggono il numero estratto, e lo mostrano e lo proclamano rafforzano questa presentazione del concetto di probabilità. Inoltre, in collegamento con la concezione classica, i testi scolastici portano esercizi che sono sostanzialmente di matematica combinatoria, e che finiscono col privilegiare l’addestramento degli allievi al computo dei casi favorevoli e dei casi possibili nelle situazioni più varie, escogitando i modelli fisici più svariati che realizzino concretamente degli eventi aleatori.
In queste presentazioni del concetto ci si trova necessariamente molto distanti dalla realtà concreta della scienza e dell'economia nelle quali il concetto di probabilità di un evento aleatorio e la sua applicazione rigorosa hanno una importanza spesso fondamentale. E ciò soprattutto per il legame profondo che collega il concetto stesso con la teoria e la pratica della informazione, e con la pratica della massima razionalità possibile nelle decisioni economiche.

2. Metodologia di lavoro

Le pagine che seguono sono dedicate alla presentazione di una esperienza didattica concretamente vissuta, diretta alla presentazione del concetto di probabilità in una scuola media, con i relativi collegamenti ai concetti fondamentali della statistica, soprattutto descrittiva.
Prima di entrare nell'esperienza particolare mostrandone alcuni passi che riteniamo significativi, ci pare utile sottolineare la metodologia di lavoro usata in generale nelle classi. Pensiamo che essa permetta la costruzione del sapere da parte degli allievi, nel senso di Hans Freundenthal (3) e proprio per questo crediamo che ci abbia permesso di tenere in considerazione le riflessioni fatte precedentemente.

Ogni unità di lavoro viene realizzata al momento opportuno, per approfondire e sistemare tutto ciò che fino a quel momento la classe, attingendo da diversi contesti

anche occasionali, ha posto in attesa e provvisoriamente collocato in uno stesso insieme di problematiche.
Schematicamente si può dire che gli allievi, opportunamente guidati in una discussione, globale o a gruppi (che poi devono confrontarsi), sono portati a:

- formulare il problema relativo (inteso qui come situazione problematica in cui intervenire)
- farne emergere le peculiarità e i punti di vista
- richiamare le conoscenze connesse
- sentire il bisogno di valutare le informazioni a disposizione
- porre nuove relazioni tra le informazioni
- esprimere tali relazioni usando linguaggi appropriati
- produrre man mano un resoconto completo dell'attività svolta facendo uso anche di un linguaggio matematico appropriato (ed anche molteplicità di linguaggi) in modo che riassuma e sistemi convenientemente le nuove conoscenze raggiunte.

Anche se in modo non univoco, perché si tratta pur sempre di una presa di coscienza individuale, alla fine del lavoro si produce un cambiamento di livello concettuale. Ciò che prima veniva visto in modo intuitivo ed espresso in modo spontaneo può alla fine essere affrontato con i nuovi mezzi di lettura e di elaborazione. Ciò che prima era una scoperta, viene ora visto alla luce dell'esperienza.
La conoscenza raggiunta e il linguaggio che la esprime diventano progressivamente, da quel momento, strumenti di lettura della realtà, ovviamente anche extrascolastica, che in generale viene a cadere nell'ambito concettuale trattato.

3. Il risultato concreto in alcuni scorci significativi.

Poiché gli allievi sono i protagonisti, ciò che si realizza nella singola classe diviene un esempio a cui ricondursi per altre esperienze e si pone come strumento di riferimento e di confronto.
Il lavoro viene praticamente iniziato nella Classe I con un approccio alla statistica descrittiva e all'analisi di indici come media, mediana e moda. Continua, quasi, quotidianamente, nella discussione di ogni problema che possa essere approfondito in tale direzione. La sintesi sulla probabilità è affrontata nella Classe III e quando diviene esigenza per rispondere a tutti gli interrogativi ormai presenti, per chiarire le esperienze che si sono vissute intorno al problema del "fare previsioni" e del controllare le risposte razionalmente cercate.
Siamo qui in presenza di un risultato notevole costruito da una singola allieva della quale riportiamo gli appunti stessi, generalizzabile come conoscenza, ma non da un punto di vista espressivo. L'esempio ci permette però di ripercorrere, come osservatori, un itinerario esplicito di costruzione del sapere.

L'inizio di questa esperienza è stato sollecitato dal forte interesse per una partita di calcio, interesse che in quei giorni era presente in classe.

Lasciamo parlare R. B. :

La capacità dell'uomo di agire in maniera efficace e di affrontare la realtà dipende dalla comprensione e dalla rielaborazione dei messaggi e delle informazioni che vengono dall'esterno.
Interessante è analizzare la situazione quando, e ciò accade normalmente nella vita di tutti i giorni, abbiamo a che fare con la componente "futuro" a proposito della quale le informazioni a nostra disposizione sono incomplete, dal momento che non possiamo assolutamente bloccarci su questo fatto.
L'uomo ha sempre intuito queste cose e addirittura è arrivato ad impegnare denaro sul futuro se percepiva che una certa situazione avrebbe avuto un determinato sviluppo. Andando al di là di questo "percepire" vediamo di analizzare la situazione anche da un punto di vista matematico per comportarci con più sicurezza.
Immedesimandoci anche noi nelle scommesse, giochiamo su Juventus – Milan di domenica prendendo in considerazione le due ipotesi di "vittoria" e "non vittoria":
Cristiano dice che è disposto a spendere 50.000 lire pur di avere, in caso di vittoria della Juve, 250.000 lire.
Questo presuppone che l'avversario sia disposto a pagare 200.000 lire.
Giovanni dice che nelle sue scommesse precedenti si è sempre proceduto a posta pari e si chiede chi può essere il pazzo che sta a una proposta simile a quella di Cristiano. Altre persone gli forniscono la risposta: probabilmente se uno è molto sicuro, più sicuro dell'altro, sarà disposto a puntare di più. Di conseguenza i 4/5 della somma totale pagati dall'avversario possono essere considerati la "quantificazione" della sua fiducia sulla non vittoria della Juve, mentre 1/5 di Cristiano testimonia la sua convinzione a proposito della vittoria della squadra in questione. Ma come si fa a valutare?
Anche in questo caso si deve assumere il maggior numero di informazioni possibili perché l'idea di ciò che accadrà sia la più veritiera.
In questo caso posso vedere per esempio la posizione in classifica, cioè le partite vinte o meno dalle due squadre, il fattore del giocare in casa o fuori casa, la condizione dei giocatori ecc.
Nel parlare della fiducia di Cristiano e dell'avversario sulle cose sulle quali scommettono, ci siamo resi conto (e forse vale la pena di esplicitarlo meglio) che possiamo tradurre simbolicamente la situazione in questo modo:
il nostro compagno paga 1 per guadagnare 5 $\Rightarrow$ 1/5; se l'altro accetta, paga 4 e vince 5 $\Rightarrow$ 4/5, dove il <u>numeratore è quello che pago</u> e <u>il denominatore è la posta totale</u>, dunque ciò che vinco.
Quindi la valutazione di probabilità di Cristiano : P(V) = 1/5

Invece la valutazione di probabilità dell'altro $P(\overline{V}) = 4/5$

E' venuto spontaneo dire: **1/5 + 4/5 = 1**

che non è solo corretto a livello numerico, ma ha un senso e cioè:
Probabilità vittoria + probabilità non vittoria = unione in un unico insieme delle due sole possibili situazioni verificabili, quindi la certezza (una delle due uscirà obbligatoriamente).

Una domanda che ci siamo posti è 1/5 e 4/5 sono razionali; possiamo trovare qualsiasi razionale in questo contesto?

Facendo delle ipotesi abbiamo risposto: NO, ad esempio una frazione come 7/5 sarebbe assurda! Nessuno punta soldi per perderli a priori! (in questo caso infatti, il "tizio" punterebbe 7 per avere 5 in caso di vittoria!). E poi il significato da noi attribuito al denominatore è quello di posta totale, oltre a quello di ciò che si vince (proprio perché non è pensabile che siano disgiunte le due cose), per cui se punto 7, come minimo sul tavolo avrò 7 (caso limite in cui l'altro non mette nulla). Ed è questo, ricollegato alla frazione 1/1 che abbiamo visto esprimere certezza che ci fa arrivare alla conclusione <u>per cui i razionali possibili sono tra 0 (l'insicurezza totale) e 1 (la certezza).</u>
Però, ci viene da obiettare, se uno è tanto più sicuro dovrebbe tendere a guadagnare di più…. Ma bisogna tener conto che c'è l'avversario che mi blocca: lui deve stare alla scommessa, e se questa è leale, visto che puntiamo su cose opposte, se sono sicurissimo delle cose su cui impegni i miei soldi, l'altro non può avere un parere totalmente contrario, quindi non accetta e punta 0 ($\Rightarrow$ caso limite 1/1)
Quindi per chiarire meglio potremmo dire che i razionali che troveremo a tradurre queste situazioni stanno tra 1 , la certezza, e 0 ,la certezza del contrario (rispetto alle cose su cui devo puntare).
E' forse anche utile sottolineare che, dovendo dare i due razionali sempre la stessa somma (1/1), più uno è sicuro, più l'altro è insicuro, (a proposito della scommessa), cioè sicuro del contrario.

Proviamo a prospettare degli altri casi in cui sia possibile scommettere:

- Supponiamo di sapere da un sondaggio che a Torino il 40% della tifoseria è per la Juve. Che cosa scommetteresti che incontrando un tifoso sia della Juve?

  Per rispondere analizzo le informazioni che posseggo ed esprimo la mia opinione, cioè quella che chiamo **<u>valutazione di probabilità</u>**.
  (Prima di proseguire ricordiamo il significato di <u>sondaggio</u>: è un'indagine condotta su di un campione prescelto per rappresentare la totalità dei casi e che mi permette di generalizzare i risultati, parliamo quindi di <u>Campione Significativo</u>).
  Per la scommessa assumo il rapporto determinato dal sondaggio (unica informazione che possiedo), come valutazione di probabilità, tenendo però conto che il sondaggio è stato fatto in un tempo passato dal quale suppongo la situazione non sia cambiata, ma che la valutazione è provvisoria nel senso che un nuovo sondaggio potrebbe modificare il rapporto.

- Supponiamo che un sondaggio abbia avuto risultati di questo tipo: 0,004% della popolazione italiana si ammalerà di cancro entro un anno. Come valuteresti la probabilità che il sig. Bianchi sia tra questi?

  Sottolineando le riserve espresse nel caso precedente, valuto 0,004/100 la sua probabilità.

  Ma Tullio non è d'accordo sulla valutazione fatta e dice: ma se io sapessi che questa persona fuma come un turco, non sono più disposto ad accettare la valutazione

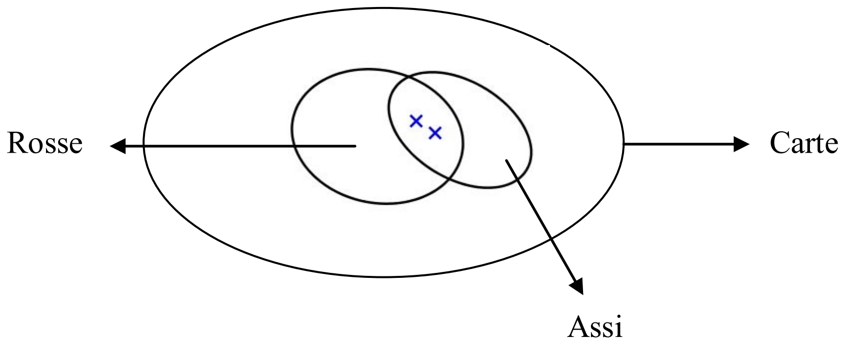
precedente perché so che un tale individuo è più soggetto alla malattia. Ha ragione Tullio? Adriana ne è convinta (dato che il fumo incide sulla percentuale dei casi, è un'informazione in più: teniamone conto). Il concetto espresso da Tullio è giusto, ma anche la nostra "valutazione" non è contestabile: era corretta per quanto riguarda la situazione che avevamo di fronte. Tullio ha aggiunta una nuova informazione che non era possibile prevedere.
Il discorso di Tullio ha posto un altro problema: un aumento di informazione fa cambiare la mia valutazione di probabilità, la mia opinione; in questo caso (che esamineremo più avanti) chiamo la nuova valutazione, **probabilità condizionata all'essersi verificato che l'individuo appartiene a un gruppo particolare.**

- Prendiamo in considerazione un'altra situazione: vado a comprare un mazzo di carte (perché la cosa risulti obiettiva) lo mescolo e prendo una carta a caso. Come valuteresti la probabilità che esca il tre di fiori?

Ci accorgiamo che il caso è diverso dai precedenti. La prima cosa che viene fuori è che in questa situazione le due uscite "tre di fiori", "non tre di fiori" sono determinate la prima da una sola carta, la seconda dal complesso di 51.
Anche però nel caso vittoria – non vittoria della Juve avevamo capito che un'uscita comprendeva due possibilità (non vittoria = pareggio o sconfitta).
Comunque continuiamo a credere che il tutto sia diverso: ci rendiamo conto che forse abbiamo messo in evidenza subito questo particolare perché abbiamo pochissime informazioni e non ne possiamo trovare altre. Lucrezia esplicita ciò che abbiamo afferrato in maniera intuitiva: una carta non ha più possibilità di uscire rispetto ad un'altra; per noi sono tutte uguali perché non possediamo nessun dato che ce le faccia distinguere, al tatto sono identiche. Potremmo dire, con un linguaggio più appropriato che la probabilità è distribuita uniformemente.
Effettivamente non ho altre informazioni oltre a quelle che ottengo dalla pura descrizione della situazione; per questo usiamo l'espressione "sistema fisico". Non avendo altra informazione adotto il risultato del semplice conteggio, dirò cioè che la probabilità che esca il tre di fiori è 1/52 dove 1 è la carta richiesta e 52 è la totalità delle carte. Faccio un po' un bilancio tra il valore delle due uscite possibili, che insieme danno la certezza e la totalità delle carte.
Mi viene in mente ancora una conferma delle cose dette: certamente le carte sono tutte uguali poiché il ragionamento fatto e lo schema e la soluzione della situazione non valgono solo nel caso del tre di fiori, ma ad esso potrei sostituire qualsiasi altra carta.
A proposito poi del sistema fisico possiamo dire, dopo aver riflettuto, che spesso mi trovo di fronte a una situazione del genere, ma le ulteriori informazioni che possiedo mi fanno capire che non è opportuno sfruttare i dati fisici come nel nostro caso perché posso raggiungere una soluzione più obiettiva altrimenti; certe situazioni, invece, necessitano di una modellizzazione in un sistema fisico, anche se fisiche non sono, per mancanza di informazioni diverse.
……………………
……………………
……………………

- Adesso ci siamo posti di fronte a questa eventualità: Come valuteresti la probabilità dell'uscita di un asso rosso?

  Posso fare un ragionamento di questo tipo:
  P(Asso Rosso) = P(A.Q <u>o</u> A.C)
  Ci siamo accorti che posso anche intenderle in questo modo:
  P(Asso Rosso) = P(Asso <u>e</u> Carta Rossa)
  Nel caso di questa seconda scrittura bisogna dire che le due cose sono <u>**compatibili**</u> (a differenza del primo) nel senso che agiscono contemporaneamente e concorrono alla definizione delle carte che devo trovare. Con gli insiemi potrei rappresentare la cosa con un'intersezione delle carte rosse con gli assi:



Nell'intersezione stanno infatti i due elementi che ci interessano. Siamo davanti a una "<u>**probabilità condizionata**</u>" cioè la domanda da porre è: so che una carta è rossa. Quale probabilità ha di essere un asso?
Oppure: so che la carta è un asso, quali probabilità ci sono che sia rosso?
Ciò che resta da capire è comunque come sono legate queste due caratteristiche, in pratica: in che modo a livello matematico posso tradurre quell' "<u>e</u>"?
……………………
……………………
……………………

- In una fabbrica un pezzo può essere prodotto indifferentemente da due macchine A e B. La macchina A lavora a velocità doppia della B.
  Come valuteresti la probabilità che un pezzo preso a caso provenga dalla macchina A?

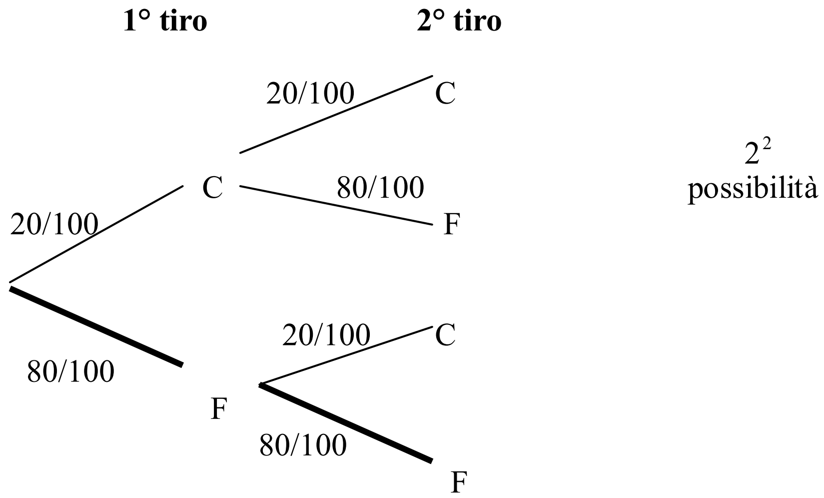
  Le informazioni che abbiamo ci dicono che una macchina A lavora al doppio della velocità di un'altra B. Ciò significa che in un tempo stabilito mentre B produrrà "tot" pezzi, A ne farà "tot" * 2. Appurato questo posso considerare i pezzi prodotti nel tempo stabilito come le carte sparse sul tavolo. E come nel caso delle carte ho un sistema fisico che mi consente di adottare come valutazione di probabilità il "conteggio" degli elementi della situazione. In questo problema posso dire che:

$$P(A) = 2/3$$

- Sparando ad un bersaglio, se generalizzo i miei comportamenti medi passati, posso considerare al 20% i colpi che riesco a mandare a segno.
  Se sparo due volte, quanto scommetteresti che colpisco?

  Tenendo per buona l'unica informazione, in quel senso, che ho, cioè 20/100, faccio come al solito un'approssimazione della realtà (troppo perfetta per essere vera!) e immagino che la situazione mia e dell'ambiente in cui tiro, sia sempre identica.
  Sparando due colpi io posso avere:

  C centra
  F fuori, non centra il bersaglio



  Ora devo valutare la possibilità di colpire almeno una volta; noto che l'unico "andamento" della situazione che non comprende almeno un C è quello maggiormente evidenziato che porta a F F. E' il complementare di ciò su cui scommettere e per comodità valuto quello visto che mi è più conveniente e avendo come totale fisso l'intero 1. Conosciuto l'uno dei due conosco anche l'altro.
  Quindi.

$$P(\overline{C}) = 80/100 * 80/100 = 64/100$$

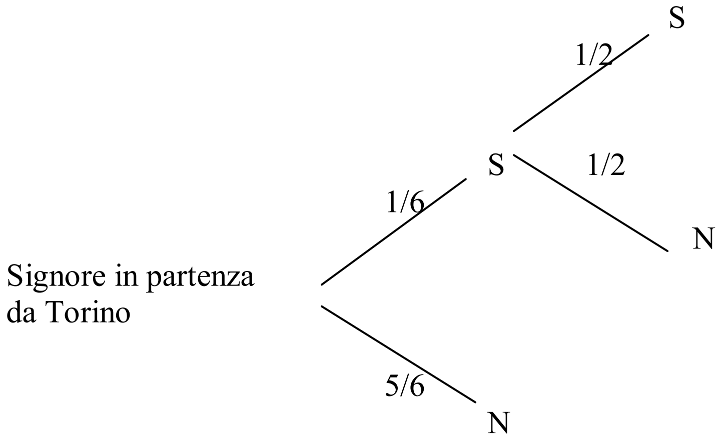
  E di qui:

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 64/100 = 36/100$$

- Un signore deve raggiungere gli Stati Uniti via Francoforte dove deve cambiare aereo (dall'Alitalia ad un'altra compagnia) In un momento di difficoltà per scioperi o nebbia, quanto valuteresti sul suo arrivo nei tempi previsti se a Caselle parte un aereo su 6 e a Francoforte solo il 50% dei passeggeri è in grado di salire sull'aereo stabilito per problemi di affollamento?
  Come esprimeresti in altro modo l'arrivare?
  Come valuteresti la probabilità che o non parte a Caselle o non parte a Francoforte?

I risultati delle due valutazioni di probabilità sono l'uno il complementare dell'altro. Ti pare strano?

La situazione di fronte a cui mi trovo può essere schematizzata così:



E cioè: il mio viaggiatore in partenza da Torino ha 1/6 delle possibilità di imbarcarsi regolarmente e 5/6 No. (da notare che, a differenza degli altri, o comunque di altri diagrammi ad albero questo nel caso della possibilità "No" al primo stadio si esaurisce perché nella situazione pratica non può verificarsi il secondo evento se non è già avvenuto il primo. Diverso è il caso, per esempio, del punto precedente dove i due tiri sono programmati e sicuri fin dall'inizio, indipendentemente dai risultati.
Se parte da Torino il "sig." arrivato a Francoforte ha la metà delle possibilità di proseguire, se ciò si avvererà garantisce il suo arrivo, in tempi normali, a destinazione, e l'altra metà di non poterlo fare.
L'arrivare è quindi il risultato del succedersi delle due possibilità S, dei due eventi positivi rappresentati da un solo "cammino" o ramo del diagramma da albero:

$$P(\text{Arr.}) = P(\text{ S1 } \underline{e} \text{ S2}) = 1/6 * 1/2 = 1/12$$

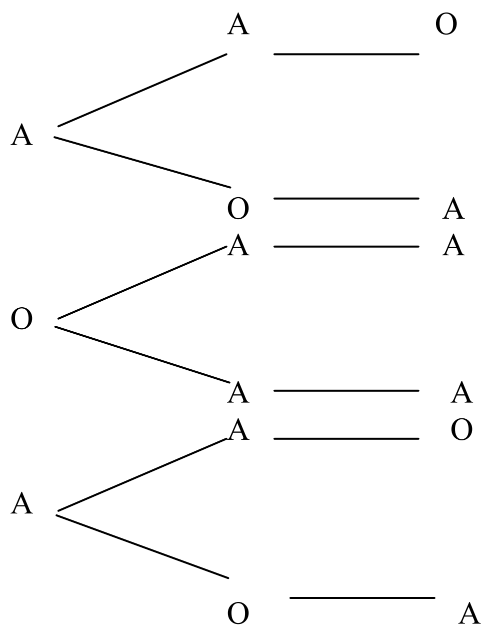
Ciò che non è "arrivo (S S)" rappresenta il suo complementare (N ; S N). Anche se sono due rami diversi del diagramma ad albero non mi stupisce il fatto di definirli complementare dell'altro (sono ciò che non è S S , quindi automaticamente complementare), portano ad uno spesso risultato il "non arrivare". Quindi:

$$P(\overline{A}rr.) = 1 - 1/12 = 11/12$$

……………………
……………………
……………………

❖ Un nonno ha in tasca tre monete indistinguibili al tatto, due d’argento e una d’oro. Il nonno dice a tre nipoti di mettere una mano nella sua tasca e prendere uno dopo l’altro, ciascuno una moneta. I tre nipoti si litigano per l’ordine di scelta. Hanno ragione?

Le tre monete indistinguibili mi portano a leggere direttamente le mie valutazioni dal sistema fisico:

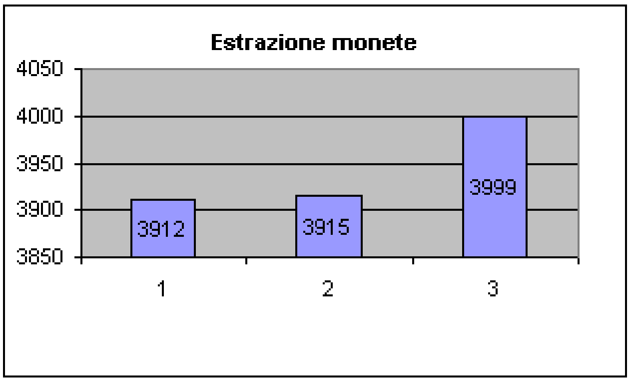


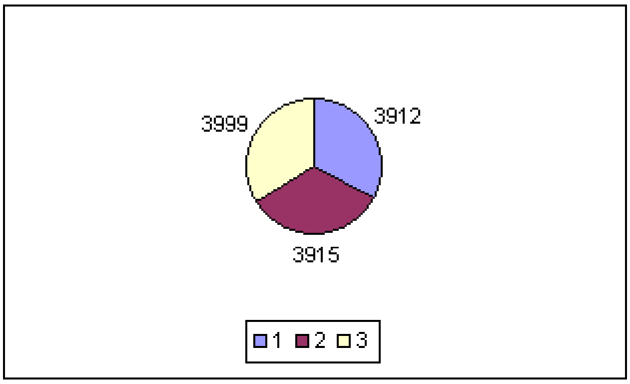
Questi sono i casi possibili relativamente a 2 monete d’argento e 1 d’oro e una sequenza di tre persone che prendono dalla tasca del nonno. E’ ovvio che le monete che escono non sono più prendibili dai successivi. Quindi se al primo ho tre possibilità, al secondo ne ho due e la terza moneta che resta è definita; da qui il numero delle sequenze:

$$3*2 = 6$$

Deducendo dallo schema fatto, il primo ha 1/3 delle probabilità di prendere O, il secondo $2/6 = 1/3$ e analogamente per il terzo.
Quindi tra i tre non c’è nessun privilegio, non hanno ragione di litigare

Tullio non è per niente d’accordo sulla valutazione di probabilità che “ragionevolmente” abbiamo tratto: le probabilità di prendere l’oro alla prima, alla seconda o alla terza estrazione sono le stesse. Inutile dire che, nonostante innumerevoli sforzi, non siamo riusciti a persuadere Tullio sul non privilegio del primo che prende. Continuava a sostenere che il primo è l’unico ad avere la scelta completa e se prende l’oro gli altri sono “fregati”. Forse però confonde la fortuna che può avere con la reale probabilità di prendere la moneta più preziosa e poi immaginando che l’oro sparisca al primo colpo inserisce un’informazione in più ed esamina solo un’eventualità. Per convincerlo abbiamo pensato di fare un modello della situazione facendo eseguire alla “macchina” un certo numero di successive estrazioni a caso di tre numeri, ben sapendo che “nelle grandi quantità” (legge empirica dei grandi numeri) la probabilità viene quasi esattamente rispettata e di farci dare i risultati contando quante volte, sul numero totale, l’1 (il numero prescelto per rappresentare l’oro) compariva all’interno della terna 1, 2, 3.





Tot. Dati	11826	
N. degli 1	N. dei 2	N. dei 3
3912	3915	3999

Nota.
Lo strumento informatica è stato sfruttato nell'elaborazione e nella modellizzazione delle situazioni (Negli anni ottanta abbiamo sfruttato anche linguaggi di programmazione come il Basic).
Si è portato solo un piccolissimo esempio esplicito del suo uso per non dilatare il lavoro in una direzione molto importante e parallela, ma diversa nelle sue problematiche logiche, psicologiche e culturali in generale.
Volevamo evidenziare un lavoro di costruzione di sapere propedeutico, data l'età degli allievi, alla conoscenza vera e propria, lavoro in cui il calcolo è estremamente semplice ed immediato. L'uso di strumenti e in particolare delle nuove tecnologie in supporto alla matematica è invece da analizzare in modo approfondito. Da essi derivano infatti suggerimenti logici e procedurali molto importati che fanno spesso cambiare completamente l'approccio al problema. Anche in passato, con gli strumenti che oggi possiamo chiamare convenzionali, si sarebbe potuto fare un analogo approfondimento che in generale non è stato affrontato. Le nuove tecnologie esaltando ed esasperando il ruolo dello strumento, hanno forse permesso di fare un'analisi critica delle metodologie didattiche e degli itinerari culturali che si mettono in atto affinché gli allievi raggiungano la conoscenza.

4. Critica del lavoro svolto.

Volevamo far prendere coscienza di quali fossero gli strumenti adatti per avere un comportamento ragionevole e coerente nell'assumere ed elaborare informazioni:

- quindi la statistica come un "modo" per assumere informazioni in vista di uno scopo (comportamento economico in senso lato).
- quindi la probabilità come un "modo" di esprimere il proprio impegno economico (in senso lato) in condizioni aleatorie.

Possiamo così schematizzare i "nodi" della questione":

- C'è un soggetto che valuta delle informazioni
- Esse possono derivare da un sondaggio, dall'analisi di un sistema fisico, da un più complesso risultato di indagine.
- Si parla non di probabilità, ma di valutazione di probabilità
- Essa diviene "quasi" un modo per misurare il rischio che assume il soggetto nel puntare sull'uscita di un determinato evento.

Volevamo sistemare, esplicitare, di fatto generalizzare: il lavoro doveva divenire scientifico (con l'astrazione che gli allievi possono spontaneamente raggiungere).

Infatti l'approccio scientifico permette anche di comprendere:

a) la provvisorietà del valore di un'informazione, ma contemporaneamente la capacità di farne uso. La necessità di sfruttare un linguaggio che dia la possibilità di rigorosamente elaborare.
b) il fatto che le informazioni si assumono (si è anche arbitri della loro autenticità), si memorizzano, si organizzano, si elaborano, si riassumono (sì è nuovamente arbitri delle sintesi che si comunicano). Il lavoro da compiere per la lettura della realtà è cioè complesso e richiede esperienza ed onestà intellettuale.
c) che i modelli sono validi nella misura in cui vengono adottati per conoscere meglio una realtà.

Maria Cantoni

maria.cantoni@alice.it
Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica
Università Cattolica del Sacro Cuore, Brescia

Note

1. Luciano Daboni "Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica", UTET Libreria, Torino

2. Carlo Felice Manara "Il certo e il probabile. Piccolo manuale di logica e di calcolo delle probabilità", Editrice La Scuola, Brescia.

3. "We must remember that the probability of an event is not a quality of the event itself, but a mere name for the degree of ground which we, or someone else, have for expecting it... Every event is in itself certain, not probable: if we knew all, we should either know positively that it will happen, or positively that it will not. But its probabilily to us means the degree of expectation of its occurrence, wich we are warranted in entertaining by our present evidence."
John Stuart Mill, Logic. Book 3, Chapter 18. (Citato da M. G. Bulmer. Principles of Statistics., Pagg. 5 - 6. New York, Dover Publications, 1967)

4. Hans Freundenthal "Ripensando l'educazione matematica" a cura dei prof Carlo Felice Manara, Editrice La Scuola, Brescia